Liceo scientifico e opzione scienze applicate

2 Considerata la parabola di equazione $y = 4 - x^2$ determina le equazioni delle rette tangenti alla parabola nel punto di ascissa 2 e nel suo simmetrico rispetto all'asse di simmetria della parabola.

2 La parabola $y = 4 - x^2$ ha vertice $V(0; 4)$ e asse di simmetria coincidente con l'asse delle ordinate, pertanto il punto di ascissa 2 che indichiamo con A e il suo simmetrico A' hanno coordinate $A(2; 0)$ e $A'(-2; 0)$. Sfruttando il significato geometrico di coefficiente angolare di una retta calcoliamo la funzione derivata nei punti $x = 2$ e $x = -2$:

$$y' = -2x \quad \to \quad y'(2) = -4, \ y'(-2) = 4.$$

Le equazioni delle rette tangenti rispettivamente nei punti A e A' sono quindi:

$$t_A: \quad y - 0 = -4(x - 2) \qquad \to \quad y = -4x + 8.$$
$$t_{A'}: \quad y - 0 = 4(x + 2) \qquad \to \quad y = 4x + 8.$$

Osserviamo che, essendo la parabola e i punti A e A' simmetrici rispetto all'asse delle y, anche le rette tangenti in tali punti sono simmetriche rispetto a tale asse. Le equazioni della simmetria rispetto all'asse y sono:

$$\begin{cases} x = -x' \\ y = y' \end{cases}.$$

Quindi avremmo potuto ricavare l'equazione della tangente $t_{A'}$ dall'equazione di t_A.
Verifichiamolo:

$$t_A: y = -4x + 8 \quad \to \quad y' = +4x' + 8 \qquad \text{che corrisponde all'equazione della retta } t_{A'}.$$

Le equazioni delle rette tangenti nei due punti appartenenti alla parabola possono essere ricavate anche con la formula dello sdoppiamento:

$$\frac{y + y_0}{2} = axx_0 + b\frac{x + x_0}{2} + c,$$

dove a, b, c sono i coefficienti della parabola e $(x_0; y_0)$ è un punto della parabola.
Per $A(2; 0)$ e $A'(-2; 0)$ e $y = 4 - x^2$ risulta:

$$t_A: \frac{y + 0}{2} = -2x + 0 \cdot \frac{x + 2}{2} + 4 \quad \to \quad y = -4x + 8,$$

$$t_{A'}: \frac{y + 0}{2} = +2x + 0 \cdot \frac{x - 2}{2} + 4 \quad \to \quad y = 4x + 8.$$