

- 4** Utilizzando il differenziale calcola di quanto aumenta il volume di un cono retto avente raggio di base 2 m e altezza 4 m quando il raggio di base aumenta di 2 cm.

4 Il volume di un cono retto con raggio di base r e altezza h è:

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot altezza = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h.$$

Interpretiamo questa formula come una funzione con variabile indipendente r :

$$V(r) = \frac{1}{3} \pi h \cdot r^2.$$

Il volume del cono di altezza $h = 4$ m è allora espresso da:

$$V(r) = \frac{4}{3} \pi \cdot r^2.$$

L'aumento di volume del cono, quando il raggio di base passa da r_0 a $r_0 + \Delta r$, è dato dalla differenza $\Delta V = V(r_0 + \Delta r) - V(r_0)$. Quando Δr è piccolo, possiamo approssimare tale differenza di volume con il metodo del differenziale:

$$dV = V'(r_0) \cdot dr.$$

Nel nostro caso è $r_0 = 2$ m, $dr = 2$ cm = 0,02 m e $V'(r) = \frac{4}{3} \pi \cdot 2r = \frac{8}{3} \pi \cdot r$, quindi:

$$dV = \frac{8}{3} \pi \cdot 2 \cdot 0,02 \simeq 0,335 \text{ m}^3.$$