

- 5** Sia $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$. Determinare $f^{(2017)}(x)$, esplicitando, in modo chiaro ed esauriente, il procedimento seguito.

- 5** Le derivate delle funzioni goniometriche elementari si ripetono uguali ogni 4 gradi di derivazione. Se $y(x) = \sin x$, per esempio, abbiamo:

$$y^{(0)}(x) = \sin x, \quad y^{(1)}(x) = \cos x, \quad y^{(2)}(x) = -\sin x, \quad y^{(3)}(x) = -\cos x, \quad y^{(4)}(x) = \sin x,$$

e in generale sarà $y^{(n)}(x) = y^{(n+4)}(x)$.

La funzione $f(x) = \sin x + \cos x$ è data dalla somma di due funzioni goniometriche elementari, quindi anche le sue derivate si ripetono uguali ogni 4 gradi di derivazione.

Dato che $2017 = 504 \cdot 4 + 1$, risulta:

$$f^{(2017)}(x) = f^{(1)}(x) = f'(x) = \cos x - \sin x.$$