

- 8** Una sfera ha il raggio che aumenta al passare del tempo secondo una data funzione $r(t)$. Calcolare il raggio della sfera nell'istante in cui la velocità di crescita della superficie sferica e la velocità di crescita del raggio sono numericamente uguali.

* La prova è uguale a quella delle scuole italiane all'estero, Americhe, 2015.

8 La superficie sferica di raggio $r(t)$ vale

$$S(t) = 4\pi[r(t)]^2,$$

quindi la velocità di crescita della superficie sferica è:

$$S'(t) = 8\pi r(t) \cdot r'(t).$$

Imponiamo che la velocità di crescita della superficie sferica sia numericamente uguale alla velocità di crescita del raggio:

$$S'(t) = r'(t) \rightarrow 8\pi r(t) \cdot r'(t) = r'(t) \rightarrow [8\pi r(t) - 1]r'(t) = 0.$$

Poiché è $r'(t) \neq 0$, perché il raggio *aumenta* al variare del tempo, deve allora essere:

$$8\pi r(t) - 1 = 0 \rightarrow r(t) = \frac{1}{8\pi}.$$