Liceo scientifico e opzione scienze applicate

3 Sapendo che:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{ax+2b}-6}{x} = 1$$

determinare i valori di a e b.

3 Per determinare i valori di a e b, osserviamo innanzitutto che

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{ax+2b}-6}{x} = \frac{\sqrt{2b}-6}{0}.$$

Se $\sqrt{2b}-6$ fosse diverso da 0, allora il limite considerato sarebbe $\pm\infty$, contraddicendo l'ipotesi data. Allora, deve essere $\sqrt{2b}-6=0$, cioè $b=18$.
Sostituendo ora $b=18$ nella funzione, otteniamo una forma indeterminata del tipo $\frac{0}{0}$.

I metodo Con De L'Hospital:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{ax+36}-6}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{\frac{a}{2\sqrt{ax+36}}}{1} = \frac{a}{2\sqrt{36}} = \frac{a}{12}.$$

II metodo Moltiplichiamo numeratore e denominatore per $\sqrt{ax+36}+6$:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{ax+36}-6}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{ax+36-36}{x\left(\sqrt{ax+36}+6\right)} = \lim_{x \to 0} \frac{a}{\sqrt{ax+36}+6} = \frac{a}{12}.$$

Imponendo l'ipotesi $\frac{a}{12}=1$, otteniamo $a=12$.

Dunque i valori cercati risultano $a=12$ e $b=18$.