PROVA D'ESAME • SESSIONE ORDINARIA 2015

Liceo scientifico e opzione scienze applicate

1 Determinare l'espressione analitica della funzione $y = f(x)$, sapendo che la retta $y = -2x + 5$ è tangente al grafico di f nel secondo quadrante e che $f'(x) = -2x^2 + 6$.

1 Indichiamo con $(x_0; y_0)$ il punto di tangenza tra la retta e il grafico della funzione f, con $x_0 < 0$ e $y_0 > 0$, poiché il punto di tangenza è nel secondo quadrante. Per la condizione di tangenza troviamo:

$$f'(x_0) = -2 \;\rightarrow\; -2x_0^2 + 6 = -2 \;\rightarrow\; x_0^2 = 4 \;\rightarrow\; x_0 = \pm 2 \;\rightarrow\; x_0 = -2.$$

Il punto di tangenza ha quindi coordinate $(-2; 9)$. Poiché conosciamo la derivata di $f(x)$, possiamo trovare $f(x)$ a meno di una costante additiva C calcolando l'integrale indefinito:

$$f(x) = \int f'(x)dx = \int(-2x^2 + 6)dx = -\frac{2}{3}x^3 + 6x + C.$$

Per trovare C, imponiamo il passaggio per il punto $(-2; 9)$: $f(-2) = 9 \rightarrow -\frac{2}{3}(-8) - 12 + C = 9 \rightarrow C = \frac{47}{3}$.

La funzione cercata è quindi: $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 6x + \frac{47}{3}$.